

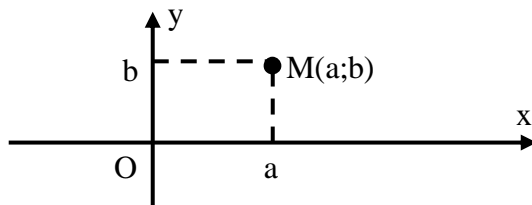
I – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Khái niệm số phức

- Tập hợp số phức: \mathbb{C}
- Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$
($a, b \in \mathbb{R}$, a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$)
- z là số thực \Leftrightarrow phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$)
 z là thuần ảo \Leftrightarrow phần thực của z bằng 0 ($a = 0$)
Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = a' + b'i \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \quad (a, b, a', b' \in \mathbb{R})$

Chú ý: $i^{4k} = 1; i^{4k+1} = i; i^{4k+2} = -1; i^{4k+3} = -i$

2. Biểu diễn hình học: Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ hay bởi $\bar{u} = (a; b)$ trong mp(Oxy) (mp phức)



3. Cộng và trừ số phức:

- $(a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$ • $(a + bi) - (a' + b'i) = (a - a') + (b - b')i$
- Số đối của $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$
- \bar{u} biểu diễn z , \bar{u}' biểu diễn z' thì $\bar{u} + \bar{u}'$ biểu diễn $z + z'$ và $\bar{u} - \bar{u}'$ biểu diễn $z - z'$.

4. Nhân hai số phức :

- $(a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + ba')i$
- $k(a + bi) = ka + kbi$ ($k \in \mathbb{R}$)

5. Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$

- $\bar{\bar{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \bar{z} \pm \bar{z}'$; $\overline{z.z'} = \bar{z}.\bar{z}'$; $\overline{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix}$; $z.\bar{z} = a^2 + b^2$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$; z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

6. Môđun của số phức : $z = a + bi$

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}} = |\overline{OM}|$
- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$, $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$
- $|z.z'| = |z|.|z'|$ • $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$ • $||z| - |z'|| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$

7. Chia hai số phức:

- Chia hai số phức: $\frac{a+bi}{a'+b'i} = \frac{aa'-bb'}{a'^2+b'^2} + \frac{ab'+a'b}{a'^2+b'^2}i$.

- $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z}$ ($z \neq 0$) • $\frac{z'}{z} = z'.z^{-1} = \frac{z'.\bar{z}}{|z|^2} = \frac{z'.\bar{z}}{z.\bar{z}}$ • $\frac{z'}{z} = w \Leftrightarrow z' = wz$

8. Căn bậc hai của số phức:

• $z = x + yi$ là căn bậc hai của số phức $w = a + bi \Leftrightarrow z^2 = w \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$

- $w = 0$ có đúng 1 căn bậc hai là $z = 0$
- $w \neq 0$ có đúng hai căn bậc hai đối nhau
- Hai căn bậc hai của $a > 0$ là $\pm\sqrt{a}$
- Hai căn bậc hai của $a < 0$ là $\pm\sqrt{-a}i$

9. Phương trình bậc hai $Az^2 + Bz + C = 0$ (*) (A, B, C là các số phức cho trước, $A \neq 0$).

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

• $\Delta \neq 0$: (*) có hai nghiệm phân biệt $z_{1,2} = \frac{-B \pm \delta}{2A}$, (δ là 1 căn bậc hai của Δ)

• $\Delta = 0$: (*) có 1 nghiệm kép: $z_1 = z_2 = -\frac{B}{2A}$

Chú ý: Nếu $z_0 \in C$ là một nghiệm của () thì \bar{z}_0 cũng là một nghiệm của (*).*

10. Dạng lượng giác của số phức (dành cho chương trình nâng cao)

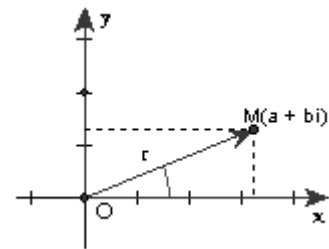
a) Argumen của số phức $z \neq 0$:

Cho số phức $z \neq 0$. Gọi M là điểm biểu diễn số z . Số đo (radian) của mỗi góc lượng giác tia đầu Ox , tia cuối OM được gọi là một argumen của z . Nếu φ là một argumen của z thì mọi argumen của z có dạng $\varphi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

b) Dạng lượng giác của số phức :

Dạng $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ ($r > 0$) là dạng lượng giác của $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ($z \neq 0$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \cos\varphi = \frac{a}{r} \\ \sin\varphi = \frac{b}{r} \end{cases} \quad (\varphi \text{ là argumen của } z, \varphi = (Ox, OM)).$$



c) Nhân, chia số phức dưới dạng lượng giác :

Nếu $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, $z' = r'(\cos\varphi' + i\sin\varphi')$ thì:

$$z.z' = rr'[\cos(\varphi + \varphi') + i\sin(\varphi + \varphi')]$$

$$\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'}[\cos(\varphi - \varphi') + i\sin(\varphi - \varphi')].$$

d) Công thức Moa-vơ :

Với n là số nguyên, $n \geq 1$ thì : $[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

Khi $r = 1$, ta được : $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = (\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

e) Căn bậc hai của số phức dưới dạng lượng giác :

Các căn bậc hai của số phức $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ ($r > 0$) là : $\sqrt{r}\left(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ và

$$-\sqrt{r}\left(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}\right) = \sqrt{r}\left[\cos\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{2} + \pi\right)\right].$$

II – BÀI TẬP

A – CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho số phức $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. Tính các số phức sau: \bar{z} ; z^2 ; $(\bar{z})^3$; $1 + z + z^2$

Giải:

$$a) \text{ Vì } z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$b) \text{ Ta có } z^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}i^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\Rightarrow (\bar{z})^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}i^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$(\bar{z})^3 = (\bar{z})^2 \cdot \bar{z} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}i + \frac{3}{4}i - \frac{\sqrt{3}}{4} = i$$

$$\text{Ta có: } 1 + z + z^2 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} - \frac{1 + \sqrt{3}}{2}i$$

Ví dụ 2: Tìm các số thực x, y thoả mãn:

$$3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$$

Giải: Theo giả thiết: $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$

$$\Leftrightarrow (3x + y) + (5x)i = (2y - 1) + (x - y)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 2y - 1 \\ 5x = x - y \end{cases} \text{ Giải hệ này ta được: } \begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = \frac{4}{7} \end{cases}$$

Ví dụ 3: Tính:

$$i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$$

Giải: Để tính toán bài này, ta chú ý đến định nghĩa đơn vị ảo để từ đó suy ra lũy thừa của đơn vị ảo như sau:

Ta có: $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = i^3 \cdot i = 1$; $i^5 = i$; $i^6 = -1 \dots$

Bằng quy nạp dễ dàng chứng minh được: $i^{4n} = 1$; $i^{4n+1} = i$; $i^{4n+2} = -1$; $i^{4n+3} = -i$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy $i^n \in \{-1; 1; -i; i\}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Nếu } n \text{ nguyên âm, } i^n = (i^{-1})^{-n} = \left(\frac{1}{i}\right)^{-n} = (-i)^{-n}.$$

Như vậy theo kết quả trên, ta dễ dàng tính được:

$$i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34} = i^{4 \cdot 26 + 1} + i^{4 \cdot 5 + 3} + i^{4 \cdot 5} - i^{4 \cdot 8 + 2} = i - i + 1 + 1 = 2$$

Ví dụ 4: Tính số phức sau: $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$

Giải: Ta có: $\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)(1+i)}{2} = \frac{2i}{2} = i$

$$\Rightarrow \frac{1-i}{1+i} = -i. \text{ Vậy } \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8 = i^{16} + (-i)^8 = 2$$

Ví dụ 5: Tìm phần ảo của z biết: $z + 3\bar{z} = (2+i)^3(2-i)$ (1)

Giải: Giả sử $z = a + bi$

$$(1) \Leftrightarrow a + bi + 3a - 3bi = (8 + 12i + 6i^2 + i^3)(2 - i) = (2 + 11i) \cdot (2 - i)$$

$$\Leftrightarrow 4a - 2bi = 4 - 2i + 22i - 11i^2 = 20i + 15 \Leftrightarrow a = \frac{15}{4}; b = -10.$$

Vậy phần ảo của z bằng -10

Ví dụ 6: Cho $z_1 = 3 + i, z_2 = 2 - i$ Tính $|z_1 + z_1 z_2|$

Giải:

$$z_1 + z_1 z_2 = 3 + i + (3 + i)(2 - i) = 10 = 10 + 0i \Rightarrow |z_1 + z_1 z_2| = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$$

Ví dụ 7: Cho $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 + i$. Tính $|z_1 + 3z_2|; \left| \frac{z_1 + z_2}{z_2} \right|; |z_1^3 + 3z_2|$

Giải:

$$+) z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3 + 3i = 5 + 6i \Rightarrow |z_1 + 3z_2| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$$

$$+) \frac{z_1 + z_2}{z_2} = \frac{3 + 4i}{1 + i} = \frac{(3 + 4i)(1 - i)}{1 - i^2} = \frac{7 + i}{2} \Rightarrow \left| \frac{z_1 + z_2}{z_2} \right| = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$+) z_1^3 + 3z_2 = 8 + 36i + 54i^2 + 27i^3 - 3 - 3i = -49 + 6i \Rightarrow |z_1^3 + 3z_2| = \sqrt{2437}$$

Ví dụ 8: Tìm các căn bậc hai của số phức $z = 5 + 12i$

Giải: Giả sử $m + ni$ ($m, n \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của z

$$\text{Ta có: } (m + ni)^2 = 5 + 12i$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2mni + n^2 i^2 = 5 + 12i \Leftrightarrow m^2 + 2mni - n^2 = 5 + 12i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 5 \\ 2mn = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - n^2 = 5(1) \\ m = \frac{6}{n}(2) \end{cases}$$

$$\text{Thay (2) vào (1) ta có: } \left(\frac{6}{n}\right)^2 - n^2 = 5 \Leftrightarrow 36 - n^4 = 5n^2$$

$$\Leftrightarrow n^4 + 5n^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow n^2 = 4; n^2 = -9(\text{loại})$$

$$\begin{cases} n = 2 \Rightarrow m = 3 \\ n = -2 \Rightarrow m = -3 \end{cases}$$

Vậy z có hai căn bậc hai là $3 + 2i$ và $-3 - 2i$

Ví dụ 9: Tính số phức sau: $z = (1 + i)^{15}$

Giải:

$$\text{Ta có: } (1 + i)^2 = 1 + 2i - 1 = 2i \Rightarrow (1 + i)^{14} = (2i)^7 = 128 \cdot i^7 = -128 \cdot i$$

$$z = (1 + i)^{15} = (1 + i)^{14}(1 + i) = -128i(1 + i) = -128(-1 + i) = 128 - 128i.$$

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Biết rằng số phức $z = x + iy$ thỏa $z^2 = -8 + 6i$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\begin{cases} x^2 - y^2 = -8 \\ xy = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$

D. $x^2 + y^2 + 2xy = -8 + 6i$

Câu 2: Cho số phức $z = (m - 1) + (m - 2)i, (m \in \mathbb{R})$. Giá trị nào của m để $|z| \leq \sqrt{5}$

A. $-2 \leq m \leq 6$

B. $-6 \leq m \leq 2$

C. $0 \leq m \leq 3$

D. $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Câu 3: Viết số phức $\frac{(2-i)^2 + (1-2i)^3}{3-i}$ dưới dạng đại số:

A. $-\frac{11}{5} + \frac{7}{5}i$

B. $-\frac{13}{5} - \frac{7}{5}i$

C. $\frac{11}{5} - \frac{7}{5}i$

D. $-\frac{11}{5} - \frac{7}{5}i$

Câu 4: Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. Số phức $z = a + bi = 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

B. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng phức Oxy.

C. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$

D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$

Câu 5: Cho số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ và các mệnh đề. Khi đó số $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$ là:

1) Điểm biểu diễn số phức \bar{z} là $M(a; b)$.

2) Phần thực của số phức $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$ là a ;

3) Môđul của số phức $2z + \bar{z}$ là $\sqrt{9a^2 + b^2}$

4) $|z| < |\bar{z}|$

A. Số mệnh đề đúng là 2

B. Số mệnh đề đúng là 1

C. Số mệnh đề sai là 1

D. Cả 4 đều đúng

Câu 6: Mệnh đề nào sau đây sai.

A. $z_1 = z_2 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$

B. $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 1$ là đường tròn tâm O, bán kính $R = 1$

D. Hai số phức bằng nhau khi và chỉ khi phần thực và phần ảo tương ứng bằng nhau

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -4 + 3i, z_3 = z_1 \cdot z_2$. Lựa chọn phương án đúng:

A. $|z_3| = 25$

B. $z_3 = |z_1|^2$

C. $\overline{z_1 + z_2} = z_1 + z_2$

D. $z_1 = z_2$

Câu 8: Cho các số phức $z = \frac{3-i}{5+7i}, z' = \frac{3+i}{5-7i}$. Trong các kết luận sau:

(I). $z + z'$ là số thực,

(II). $z - z'$ là số thuần ảo,

(III). $z - z'$ là số thực,

Kết luận nào đúng?

A. Cả I, II, III.

B. Chỉ II, III.

C. Chỉ III, I.

D. Chỉ I, II.

Câu 9: Cho số phức $z \neq 1$. Xét các số phức $\alpha = \frac{i^{2009} - i}{z-1} - z^2 + z^{-2}$ và $\beta = \frac{z^3 - z}{z-1} + \bar{z} + z^{-2}$. Khi đó

A. $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

B. β, α đều là số ảo

C. $\beta \in \mathbb{R}, \alpha$ là số ảo

D. $\alpha \in \mathbb{R}, \beta$ là số ảo

Câu 10: Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $1 + z + z^2$ bằng:

A. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

B. $2 - \sqrt{3}i$

C. 1

D. 0

Câu 11: Giá trị biểu thức $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2017}$ là:

A. $1 - i$

B. $-i$

C. i

D. $1 + i$

Câu 12: Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau:

- A. $(1+i)^{2018} = 2^{1009}i$ B. $(1+i)^{2018} = -2^{1009}i$ C. $(1+i)^{2018} = -2^{1009}$ D. $(1+i)^{2018} = 2^{1009}$

Câu 13: Cho $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ và các đẳng thức:

$$|z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2|; \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right|; |z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|; |z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|.$$

Số đẳng thức đúng trong các đẳng thức trên là:

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 14: Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A. $(1+i)^8 = -16$ B. $(1+i)^8 = 16$ C. $(1+i)^8 = 16i$ D. $(1+i)^8 = -16i$

Câu 15: Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

- A. $i^{2006} = -i$ B. $i^{2345} = i$ C. $i^{1997} = -1$ D. $i^{2005} = 1$

Câu 16: Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo ?

- A. $(2+2i)^2$ B. $(\sqrt{2}+3i) + (\sqrt{2}-3i)$
 C. $(\sqrt{2}+3i) \cdot (\sqrt{2}-3i)$ D. $\frac{3+2i}{2+3i}$

Câu 17: Giá trị của $1+i^2+i^4+\dots+i^{4k}$ với $k \in \mathbb{N}^*$ là

- A. $2ki$ B. $2k$ C. 0 D. 1

Câu 18: Các số $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn đẳng thức $(1-i)(x-yi) + (2y-x)i = 3-2i$. Khi đó tổng $x+3y$ là:

- A. -7 B. -1 C. 13 D. -13

Câu 19: Cho số phức $z = x + yi$; $x, y \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Giá trị của $T = (z-2)^{2012} + (4-z)^{2012}$ là:

- A. -2^{1007} B. 3^{1007} C. 2^{1007} D. -2^{1006}

Câu 20: Các số nguyên dương n để số phức $\left(\frac{13\sqrt{3}+9i}{12-\sqrt{3}i} \right)^n$ là số thực ? số ảo ? là:

- A. $n = 2 + 6k, k \in \mathbb{C}$ B. $n = 2 + 4k, k \in \mathbb{C}$ C. $n = 2k, k \in \mathbb{C}$ D. $n = 3k, k \in \mathbb{C}$

Câu 21: Cho số phức $z = 2i + 3$ khi đó $\frac{z}{z}$ bằng:

- A. $\frac{5-12i}{13}$ B. $\frac{5+6i}{11}$ C. $\frac{5+12i}{13}$ D. $\frac{5-6i}{11}$

Câu 22: Tính số phức $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^3$:

- A. $1+i$ B. $2+2i$ C. $2-2i$ D. $1-i$

Câu 23: Cho $z = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^5$, tính $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$.

- A. 4 B. 0 C. 3 D. 1

Câu 24: Tính giá trị $P = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{11}$ là

- A. -1 B. 0 C. $1+i$ D. $1-i$

Câu 25: Tính $P = [(1+5i) - (1+3i)]^{2007}$ kết quả là

- A. $-2^{2007}i$ B. $2007i$ C. -2^{2007} D. $2^{2007}i$

Câu 26: Giá trị của biểu thức $A = i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$ là:

- A. $2i$ B. 2 C. $-2i$ D. -2

Câu 27: Nếu $|z|=1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$

- A. Là số ảo B. Bằng 0 C. Lấy mọi giá trị phức D. Lấy mọi giá trị thực

Câu 28: Số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ bằng:

- A. $-i$ B. 2 C. i D. -2

Câu 29: Biết số phức $z = -\frac{a}{c} - \frac{b}{c}i$ (với a, b, c là những số tự nhiên) thỏa mãn $\frac{iz - (1+3i)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$. Khi đó giá trị của a là:

- A. -45 B. 45 C. -9 D. 9

Câu 30: Cho x, y là 2 số thực thỏa điều kiện: $\frac{x+1}{x-1} = \frac{y-1}{1+i}$ là:

- A. $x = -1; y = 1$ B. $x = -1; y = 2$ C. $x = 1; y = -3$ D. $x = 1; y = 3$

Câu 31: Cho $z_1 = 2+3i; z_2 = 1+i$. Tính: $\left| \frac{z_1^3 + z_2}{z_1 + z_2} \right|$

- A. $\sqrt{85}$ B. $\frac{61}{5}$ C. 85 D. $\sqrt{\frac{85}{25}}$

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = ax + b, z_2 = cx + d$ và các mệnh đề sau:

(I) $\frac{1}{z_1} = \frac{z}{a^2 + b^2}$; (II) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$; (III) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$.

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I) và (III) B. Cả (I), (II) và (III) C. Chỉ (I) và (II) D. Chỉ (II) và (III)

Câu 33: Tìm căn bậc hai của số phức $z = 7 - 24i$

- A. $z = -4 - 3i$ và $z = 4 + 3i$ B. $z = -4 - 3i$ và $z = -4 + 3i$
 C. $z = 4 - 3i$ và $z = 4 + 3i$ D. $z = 4 - 3i$ và $z = -4 + 3i$

Câu 34: Cho $z = 5 - 3i$. Tính $\frac{1}{2i}(z - \bar{z})$ ta được kết quả là:

- A. $-3i$ B. 0 C. -3 D. $-6i$

Câu 35: Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Nhận xét nào sau đây luôn đúng?

- A. $|z|\sqrt{2} \leq |a| + |b|$ B. $|z|\sqrt{2} \geq |a| + |b|$ C. $|z| \geq \sqrt{2}(|a| + |b|)$ D. $|z| \leq \sqrt{2}(a + b)$

Câu 36: Tìm các căn bậc 2 của số phức $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i$

- A. $\pm 4i$ B. $\pm 2i$ C. ± 2 D. ± 4

Câu 37: Tính $(1-i)^6$ ta được kết quả là:

- A. $-4 - 4i$ B. $4 + 4i$ C. $8i$ D. $4 - 4i$

Câu 38: Giá trị của $\left(\frac{i}{1-i}\right)^{2024}$ là

- A. $-\frac{1}{2^{2024}}$ B. $\frac{1}{2^{1012}}$ C. $\frac{1}{2^{2024}}$ D. $-\frac{1}{2^{1012}}$

Câu 39: Tính $z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^7$ ta được kết quả viết dưới dạng đại số là:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ B. $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$ D. $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 40: Tìm các căn bậc hai của -9

- A. -3 B. 3 C. $3i$ D. $\pm 3i$

Câu 41: Cho $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính $1 + z + z^2$

- A. 2 B. - 2 C. 0 D. 3

Câu 42: Tìm số phức $\omega = z_1 - 2z_2$, biết rằng: $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$.

- A. $\omega = -3 - 4i$. B. $\omega = -3 + 8i$. C. $\omega = 3 - i$. D. $\omega = 5 + 8i$.

Câu 43: Tích 2 số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - i$

- A. 5 B. $3 - 2i$ C. $5 - 5i$ D. $5 + 5i$

Câu 44: Tổng của hai số phức $3 + i; 5 - 7i$ là

- A. $8 + 8i$ B. $8 - 8i$ C. $8 - 6i$ D. $5 - 6i$

Câu 45: Các số thực x và y thỏa $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$ là

- A. Kết quả khác B. $\begin{cases} x = -\frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = -\frac{4}{11} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$

Câu 46: Biết số phức $z = 3 - 4i$. Số phức $\frac{25i}{z}$ là:

- A. $-4 + 3i$ B. $-4 - 3i$ C. $4 - 3i$ D. $4 + 3i$

Câu 47: Cho biết:

(1) $i^3 = i$ (2) $i^4 = i$ (3) $(i+1)^3 = -2 + i$

Trong ba kết quả trên, kết quả nào sai

- A. Chỉ (3) sai B. Chỉ (2) sai C. Chỉ (1) và (2) sai D. Cả (1), (2), (3) sai

Câu 48: Tổng 2 số phức $1 + i$ và $\sqrt{3} + i$

- A. $1 + \sqrt{3}$ B. $2i$ C. $1 + \sqrt{3} + i$ D. $1 + \sqrt{3} + 2i$

Câu 49: Cho 2 số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - i$. Hiệu $z_1 - z_2$

- A. $1 + i$ B. 1 C. $2i$ D. $1 + 2i$

Câu 50: Tính $(3 + 4i) - (2 - 3i)$ ta được kết quả:

- A. $3 - i$ B. $5 + 7i$ C. $1 + 7i$ D. $1 - i$

Câu 51: Đẳng thức nào đúng

- A. $(1 + i)^4 = 4$ B. $(1 + i)^4 = 4i$ C. $(1 + i)^8 = -16$ D. $(1 + i)^8 = 16$

Câu 52: Cho số phức $z = 2i + 3$ khi đó $\frac{z}{\bar{z}}$ bằng:

- A. $z = \frac{5 + 12i}{-13}$ B. $z = \frac{5 - 12i}{-13}$ C. $z = \frac{5 + 6i}{11}$ D. $z = \frac{5 - 6i}{11}$

Câu 53: Số $|12 - 5i|$ bằng:

- A. - 12.5 B. $\sqrt{7}$ C. 13 D. $\sqrt{119}$

Câu 54: Giá trị biểu thức $(1 - i\sqrt{3})^6$ bằng:

- A. 64 B. 2^5 C. 2^4 D. Kết quả khác

Câu 55: Tính $\frac{z_1}{z_2}$, với $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$

- A. $1 - i$ B. $-i$ C. $1 + i$ D. I

Câu 56: Giá trị i^{2008} bằng

- A. i B. - 1 C. - i D. 1

Câu 57: Nghịch đảo của số phức $-5 - 2i$ là:

- A. $-\frac{5}{\sqrt{29}} + \frac{2}{\sqrt{29}}i$ B. $\frac{5}{29} - \frac{2}{29}i$ C. $-\frac{5}{29} + \frac{2}{29}i$ D.

Câu 58: Tìm cặp số thực x, y thỏa mãn: $x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i$

A. $x = y = \frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{2}{3}$ C. $x = y = 0$ D. $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{2}{3}$

Câu 59: Giá trị biểu thức $(1 + i)^{10}$ bằng

A. i B. Kết quả khác C. $-32i$ D. $32i$

Câu 60: Dạng đơn giản của biểu thức $(4 - 3i) + (2 + 5i)$ là:

A. $1 + 7i$ B. $6 + 2i$ C. $6 - 8i$ D. $1 - 7i$

Câu 61: Các căn bậc hai của $8 + 6i$ là

A. Kết quả khác B. $\begin{cases} \beta_1 = 3 - i \\ \beta_2 = -3 - i \end{cases}$ C. $\begin{cases} \beta_1 = 3 + i \\ \beta_2 = 3 - i \end{cases}$ D. $\begin{cases} \beta_1 = 3 + i \\ \beta_2 = -3 - i \end{cases}$

Câu 62: Số nào sau đây bằng số $(2 - i)(3 + 4i)$

A. $5 + 4i$ B. $6 + 11i$ C. $10 + 5i$ D. $6 + i$

Câu 63: Cho $z = \frac{(2+i)(1-2i)}{2-i} + \frac{(2-i)(1+2i)}{2+i}$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

A. $z\bar{z} = \frac{22}{5}$ B. z là số thuần ảo C. $z \in \mathbb{Q}$ D. $z + \bar{z} = 22$

Câu 64: Thu gọn $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$ ta được:

A. $z = 5 + 3i$ B. $z = -1 - 2i$ C. $z = 1 + 2i$ D. $z = -1 - i$

Câu 65: Thu gọn $z = i(2 - i)(3 + i)$ ta được:

A. $z = 2 + 5i$ B. $z = 5i$ C. $z = 6$ D. $z = 1 + 7i$

Câu 66: Kết quả của phép tính $(2 - 3i)(4 - i)$ là:

A. $6 - 14i$ B. $-5 - 14i$ C. $5 - 14i$ D. $5 + 14i$

Câu 67: Số phức $z = (1 + i)^3$ bằng:

A. $4 + 3i$ B. $3 - 2i$ C. $4 + 4i$ D. $-2 + 2i$

Câu 68: Số phức z thỏa mãn: $(1 + i)z + (2 - 3i)(1 + 2i) = 7 + 3i$. là:

A. $z = 1 + \frac{3}{2}i$ B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ C. $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ D. $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

Câu 69: Số phức $z = \frac{3 - 4i}{4 - i}$ bằng:

A. $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$ B. $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$ C. $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$

Câu 70: Thực hiện các phép tính sau: $A = (2 - 3i)(1 + 2i) + \frac{4 - i}{3 + 2i}$;

A. $\frac{-114 - 2i}{13}$ B. $\frac{114 + 2i}{13}$ C. $\frac{114 - 2i}{13}$ D. $\frac{-114 + 2i}{13}$

Câu 71: Rút gọn biểu thức $z = i + (2 - 4i) - (3 - 2i)$ ta được:

A. $z = 1 + 2i$ B. $z = -1 - i$ C. $z = -1 - i$ D. $z = 5 + 3i$

Câu 72: Rút gọn biểu thức $z = i(2 - i)(3 + i)$ ta được:

A. $z = 6$ B. $z = 1 + 7i$ C. $z = 2 + 5i$ D. $z = 5i$

Câu 73: Thực hiện các phép tính sau: $B = \frac{3 - 4i}{(1 - 4i)(2 + 3i)}$.

A. $\frac{3 + 4i}{14 - 5i}$ B. $\frac{62 - 41i}{221}$ C. $\frac{62 + 41i}{221}$ D. $\frac{-62 - 41i}{221}$

Câu 74: Kết quả của phép tính $(a + bi)(1 - i)$ (a, b là số thực) là:

A. $a + b + (b + a)i$ B. $a + b + (b - a)i$ C. $a - b + (b - a)i$ D. $-a + b + (b - a)i$

Câu 75: Cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$ là:

A. $\left(\frac{-9}{11}; \frac{-4}{11}\right)$ B. $\left(\frac{9}{11}; \frac{4}{11}\right)$ C. $\left(\frac{-4}{11}; \frac{-9}{11}\right)$ D. $\left(\frac{4}{11}; \frac{9}{11}\right)$

Câu 76: Các số thực x, y thoả mãn: $3x + y + 5xi = 2y - 1 + (x - y)i$ là

A. $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$ B. $(x; y) = \left(-\frac{2}{7}; \frac{4}{7}\right)$ C. $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; \frac{4}{7}\right)$ D. $(x; y) = \left(-\frac{1}{7}; -\frac{4}{7}\right)$

Câu 77: Các số thực x, y thoả mãn: $x^2 - y(2y + 4)i = 2i$ là:

A. $(x; y) = (\sqrt{3}; -3); (x; y) = (-\sqrt{3}; 3)$ B. $(x; y) = (\sqrt{3}; 3); (x; y) = (\sqrt{3}; -3)$
 C. $(x; y) = (\sqrt{3}; -3); (x; y) = (-\sqrt{3}; -3)$ D. $(x; y) = (\sqrt{3}; 3); (x; y) = (-\sqrt{3}; -3)$

Câu 78: Thu gọn $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ ta được:

A. $z = 11 - 6i$ B. $z = -1 - i$ C. $z = 4 + 3i$ D. $z = -7 + 6\sqrt{2}i$

Câu 79: Thu gọn $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$ ta được:

A. $z = 4$ B. $z = -9i$ C. $z = 4 - 9i$ D. $z = 13$

Câu 80: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i; z_2 = 2 - 3i$. Tổng của hai số phức là

A. $3 - 5i$ B. $3 - i$ C. $3 + i$ D. $3 + 5i$

Câu 81: Tìm các số thực x, y thoả mãn đẳng thức: $x(3 + 5i) + y(1 - 2i)^3 = -35 + 23i$

A. $(x; y) = (-3; -4)$ B. $(x; y) = (-3; 4)$ C. $(x; y) = (3; -4)$ D. $(x; y) = (3; 4)$

Câu 82: Tìm các căn bậc hai của số phức sau: $4 + 6\sqrt{5}i$

A. $z_1 = 3 - \sqrt{5}i$ và $z_2 = -3 - \sqrt{5}i$ B. Đáp án khác
 C. $z_1 = -3 + \sqrt{5}i$ và $z_2 = 3 + \sqrt{5}i$ D. $z_1 = 3 + \sqrt{5}i$ và $z_2 = -3 - \sqrt{5}i$

Câu 83: Các căn bậc hai của số phức $-117 + 44i$ là:

A. $\pm(2 + 11i)$ B. $\pm(2 - 11i)$ C. $\pm(7 + 4i)$ D. $\pm(7 - 4i)$

Câu 84: Cho 2 số thực x, y thoả phương trình: $2x + 3 + (1 - 2y)i = 2(2 - i) + 3yi - x$. Khi đó: $x^2 - 3xy - y =$

A. $-\frac{49}{45}$ B. $\frac{47}{45}$ C. $\frac{43}{45}$ D. -1

Câu 85: Cho số phức z thoả mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

Câu 86: Cho các mệnh đề $i^2 = -1, i^{12} = 1, i^{112} = 1, i^{1122} = 1$. Số mệnh đề đúng là:

A. 3 B. 0 C. 1 D. 4

Câu 87: Tìm số nguyên x, y sao cho số phức $z = x + yi$ thoả mãn $z^3 = 18 + 26i$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu 88: Xét số phức $z = \frac{1 - m}{1 - m(m - 2i)}$ ($m \in \mathbb{R}$). Tìm m để $z \cdot \bar{z} = 1$.

A. $m = 0, m = 1$ B. $m = -1$ C. $m = \pm 1$ D. $m = 1$

Câu 89: Cho hai số phức z và w thoả mãn $|z| = |w| = 1$ và $1 + z \cdot w \neq 0$. Số phức $\frac{z + w}{1 + z \cdot w}$ là:

A. Số thực B. Số âm C. Số thuần ảo D. Số dương

Câu 90: Cho số phức $z = \left(\frac{1 + i}{1 - i}\right)^{2017}$. Khi đó $z \cdot z^7 \cdot z^{15} =$

A. $-i$ B. 1 C. i D. -1

Câu 91: Phần ảo của số phức $z = 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{20}$ bằng:

A. 2^{10} B. $2^{10} + 1$ C. $2^{10} - 1$ D. -2^{10}

Câu 92: Trong các kết luận sau, kết luận nào sai?

A. $z + \bar{z}$ là một số thực

B. $z - \bar{z}$ là một số ảo

C. $z\bar{z}$ là một số thực

D. $z^2 + \bar{z}^2$ là một số ảo

Câu 93: Tổng $i^k + i^{k+1} + i^{k+2} + i^{k+3}$ bằng:

A. i

B. $-i$

C. 1

D. 0

C - ĐÁP ÁN

1D, 2C, 3D, 4D, 5A, 6A, 7A, 8D, 9C, 10D, 11D, 12A, 13D, 14B, 15B, 16A, 17D, 18D, 19A, 20D, 21C, 22B, 23B, 24A, 25A, 26B, 27C, 28B, 29B, 30A, 31A, 32D, 33D, 34C, 35B, 36B, 37C, 38D, 39C, 40C, 41C, 42B, 43D, 44C, 45D, 46A, 47D, 48D, 49D, 50C, 51D, 52A, 53C, 54A, 55D, 56D, 57C, 58C, 59D, 60B, 61D, 62C, 63C, 64D, 65D, 66C, 67D, 68D, 69B, 70B, 71C, 72B, 73B, 74B, 75B, 76C, 77C, 78D, 79D, 80B, 81D, 82D, 83A, 84A, 85C, 86A, 87C, 88B, 89D, 90A, 91B, 92D, 93D.